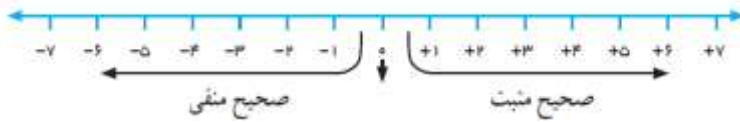




اعداد صحیح:



اولویت انجام عملیات ریاضی:

۱. پرانتز: داخلی تر
۲. توان و جذر (توان بالاتر، جذر داخلی تر)
۳. ضرب و تقسیم (چپ به راست)
۴. جمع و تفریق

$$-16 \div 2 \times 3 - 4 =$$

$$-4 \div 4 - 4 \times 3 =$$

$$((-36) \div (-9)) \times [(-42) \div (-7)] =$$

$$2 \times 6 \div 3 \div 2 \times 5$$

$$6 \times 2^3 - 2 \times 6^2$$

$$4 - 4(3 - 2(2 - 2(1 - 1))) =$$

$$5^2 - (3^2 - 1^2) \times 2^2 \div 4^2$$

$$-20 \div 2 \times 5 + 3(12 - 12 \times 2)$$

$$2 \times 6 \div 3 \div 2 \times 5$$

$$6 \times 2^3 - 2 \times 6^2$$

$$5^2 - (3^2 - 1^2) \times 2^2 \div 4^2$$

$$(4^2 - 2(4 - 3 \times 2^2) - 2 \times 2^2) \div (-3) =$$



$$5^4 - (3^2 - 2^3)(3^2 - 3^5)$$

۱. کوچکترین عدد صحیح منفی یک رقمی چند است؟

۲. بین ۳۱- و ۲۰۷ چند عدد صحیح وجود دارد؟

جمع متناظر با یک بردار: برای هر بردار روی محور می توان یک عمل جمع نوشت.

انتهای بردار = طول بردار + ابتدای بردار

تفریق متناظر با یک بردار: برای هر بردار روی محور می توان به ترتیب زیر یک تفریق در نظر گرفت.

ابتدای بردار = طول بردار - انتهای بردار

قرینه یک عدد نسبت به عدد دیگر:

فاصله قرینه هر عدد تا مبدأ برابر است با فاصله آن عدد تا مبدأ. یعنی مبدأ مختصات درست وسط دو عددی که قرینه هم هستند قرار گرفته است (محل آینه). از این نکته می توان برای یافتن قرینه عدد نسبت به عددی غیر از صفر نیز استفاده کرد.

۳. قرینه عدد ۲- نسبت به ۴ چند است؟

۴. قرینه ۵- نسبت به چه عددی برابر ۱۳ است؟

۵. کوچکترین مقدار صحیح x به طوری که عبارت زیر عددی صحیح باشد، چند است؟

$$\frac{15}{x-1}$$

۶. نصف عددی از خودش بزرگتر است در این صورت

۷. کوچکترین عدد صحیح بزرگتر از ۹۰- که بر ۳ بخش پذیر باشد، چند است؟

۸. چند عدد وجود دارد که فاصله آن‌ها از ۷- دو برابر فاصله آن‌ها از ۲ باشد؟ آیا می توانید این اعداد را بیابید.



۹. حاصل ضرب سه عدد صحیح، منفی است. اگر حاصل جمع حاصل ضرب دو به دوی آن‌ها منفی باشد، از این سه عدد، چند

عدد مثبت و چند عدد منفی است؟

جمع‌های طویل:

در جمع‌هایی که مقدار ثابتی هر عدد با عدد قبلی فاصله دارد مثل جمع اعداد طبیعی از ۱ تا ۱۰۰:

$$۱ + ۲ + ۳ + \dots + ۹۸ + ۹۹ + ۱۰۰ =$$

سه گام ساده برای رسیدن به پاسخ داریم:

۱- حاصل جمع عدد اول و آخر

۲- تعداد اعداد برای به دست آوردن تعداد حاصل جمع‌ها

۳- محاسبه نصف حاصل ضرب گام‌های اول و آخر

برای محاسبه تعداد اعداد وقتی که یک مقدار ثابتی به هر عدد اضافه می‌شود کافی است از فرمول زیر استفاده کنیم:

مجموع اعداد طبیعی از ۱ تا n برابر است با:

مجموع n عدد فرد متوالی شروع از ۱:

مجموع n عدد فرد متوالی شروع از ۲:

$$-۴۳ - ۳۷ - ۳۱ - \dots + ۱۷۳ + ۱۷۹$$

$$-۳ + ۵ - ۷ + ۹ - ۱۱ + \dots + ۲۰۵ =$$



$$۱-۸+۳-۱۰+۵-۱۲+...+۴۰۱$$

راه اول)

راه دوم)

اعداد گویا: هر عددی که بتوان به صورت کسری بیان کرد که صورت و مخرج آن عدد صحیح بوده و مخرج کسر صفر نباشد یک عدد گویا است. در جمع و تفریق اعداد کسری باید ابتدا مخرج ها یکی شود و در ضرب کسرها تا جایی که امکان دارد ابتدا صورت و مخرج را ساده می کنیم بعد عمل ضرب را انجام می دهیم. در تقسیم کسرها نیز کسر بعد از تقسیم را معکوس کرده و تقسیم را به ضرب تبدیل می کنیم.

کسر مولد (سازنده) عدد اعشاری مختوم: اگر کسر را آنقدر ساده کنیم که صورت و مخرج دیگر ساده نشود (صورت و مخرج نسبت به هم اول باشند). و از تجزیه مخرج کسر صرفاً شمارنده های اول ۲ یا ۵ به دست آید آن کسر مولد عدد اعشاری مختوم است.

$$\frac{۳}{۵} = \frac{۳}{۱۵} = \frac{۳}{۲۱} = \frac{۳}{۲۵}$$

$$\frac{۱}{۸} = \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۸۰}$$

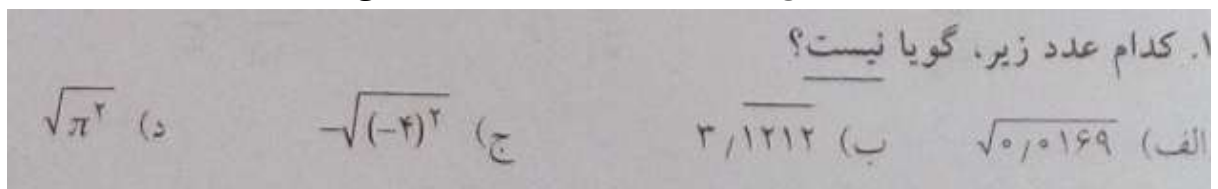
$$\frac{۱۴}{۳۵} = \frac{۱۴}{۳۵۰}$$

$$\frac{۳}{۶۲۵} = \frac{۳}{۶۲۵}$$

نکته تکمیلی) فقط اعداد اعشاری مختوم و متناوب جز اعداد گویا هستند.

نکته: عددهای طبیعی، حسابی و صحیح جزء اعداد گویا محسوب می شوند.

کسرهای مساوی از ضرب صورت و مخرج کسرها در عددی غیر صفر به دست می آیند.





کسرها را به عدد مخلوط و عدد مخلوط را به کسر تبدیل کنید.

$$+3\frac{1}{4} =$$

$$-\frac{7}{5} =$$

$$+\frac{14}{3} =$$

$$-2\frac{1}{3} =$$

در جای خالی علامت مناسب > یا < یا = بگذارید.

$$\frac{3}{5} \bigcirc 0/25$$

$$-\frac{1}{7} \bigcirc -\frac{11}{5}$$

$$-\frac{3}{6} \bigcirc -0/5$$

$$-2\frac{1}{2} \bigcirc -2\frac{1}{3}$$

نکته) در ضرب و تقسیم ها توجه به علامت ها اولین گام حل است. اگر تعداد منفی ها، زوج باشد حاصل مثبت و در غیر این صورت حاصل منفی است.

$$\frac{-8 \times (-18)}{12 \times 16} =$$

$$\frac{8 \times 18}{12 \times 16} =$$

$$\frac{10 \times (-2)}{-7 \times 25} =$$

در جمع و تفریق اعداد کسری، حتما باید مخرجها یکی باشد، اگر عدد مخلوط داشتیم می توانیم بدون تبدیل به عدد کسری حاصل را محاسبه کنیم.

$$-2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{3} =$$

$$-4\frac{1}{5} - 2\frac{1}{2} =$$

$$7\frac{1}{3} - 10\frac{1}{4} =$$

$$-4/1 - 3/7 =$$

$$-25 + 7/2 =$$

$$12/8 - 15/4 =$$

در ضرب کسرها، می توان عدد صورت هر کسر را با عدد هر مخرجی ساده کرد. فقط باید تمام اعداد مخلوط قبلا به عدد کسری تبدیل شده باشند.

$$-1/2 \times (-0/1) =$$

$$-2\frac{1}{4} \times (-1\frac{1}{3}) =$$

معکوس یک عدد: حاصل تقسیم یک بر آن عدد می باشد و عددی است که صورت و مخرج آن با هم جابجا شده است.



$$\frac{-۶-۷-۸}{\frac{۶}{۱۱}-\frac{۷}{۱۱}-\frac{۸}{۱۱}} =$$

$$\left(-\frac{۳}{۵}\right) \div \left(-\frac{۲}{۵} + \frac{۵}{۶}\right) =$$

$$\left[\frac{۱}{۹} - ۲\right] \div \left(\frac{-۱۷}{۱۸}\right) =$$

$$\left(1 - \frac{1}{۲}\right) \left(1 - \frac{1}{۳}\right) \left(1 - \frac{1}{۴}\right) \left(1 - \frac{1}{۵}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{۱۰۰}\right) =$$

نکته) صفر تنها عددی است که معکوس ندارد؛ چون کسری که مخرج آن صفر باشد، تعریف نشده است.

$$\frac{۵۲ + ۲۱۸}{۹۱ + ۲۱۸}$$

$$\frac{۲ \times ۵ \times ۷ \times ۱۱ + ۷}{۲ \times ۵ \times ۱۱}$$

$$\frac{۳۷۳۷۳۷}{۳۷} \left(\frac{۱}{۳۷} + \frac{۱}{۱۳ \times ۷}\right)$$

$$\frac{-۱۲}{۱۵} \times \frac{-۱۱}{۱۶} \times \dots \times \frac{۶}{۳۳}$$

$$\frac{\frac{۱}{۲} - \frac{۱}{۳}}{\frac{۱}{۳} - \frac{۱}{۴}} \times \frac{\frac{۱}{۴} - \frac{۱}{۵}}{\frac{۱}{۵} - \frac{۱}{۶}} \times \frac{\frac{۱}{۶} - \frac{۱}{۷}}{\frac{۱}{۷} - \frac{۱}{۸}} \times \dots \times \frac{\frac{۱}{۴۸} - \frac{۱}{۴۹}}{\frac{۱}{۴۹} - \frac{۱}{۵۰}}$$



$$1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4 + \frac{1}{5 + \frac{1}{6}}}}}$$

این اعداد از کوچک به بزرگ (از چپ به راست) مرتب شده‌اند: $\frac{1}{3}; a; b; \frac{1}{4}$ فاصله‌ی هر دو عدد متوالی یکسان است. مقدار b کدام است؟
(المپیاد ریاضی + تیزهوشان)

الف) $\frac{5}{12}$ ب) $\frac{7}{18}$ ج) $\frac{4}{9}$ د) $\frac{5}{6}$ ه) $\frac{1}{4}$

هر گاه $\frac{a}{b} = \frac{1}{4}$ و $\frac{c}{a} = \frac{4}{3}$ ، آن‌گاه $\frac{b}{c}$ برابر است با:
(المپیاد ریاضی)

الف) $\frac{2}{3}$ ب) $\frac{3}{8}$ ج) $\frac{3}{2}$ د) $\frac{5}{6}$ ه) 1

کسرهای تلسکوپی: ساده سازی مجموعی از تعدادی کسر از طریق تبدیل هر کسر به تفاضل دو کسر دیگر.
کلید بمث:

با استفاده از این نکته ساده بسیاری از حاصل جمع های نظام مند در دسته کسرهای تلسکوپی قرار می‌گیرند.
حالت اول) صورت تمام کسرها برابر افتلاف مخرج کسرها باشد.

$$\frac{2}{3 \times 5} + \frac{2}{5 \times 7} + \frac{2}{7 \times 9} + \dots + \frac{2}{49 \times 51}$$

حالت دوم) افتلاف حاصل ضربهای مخرج کسرها مقدار ثابتی که بیشتر از یک است و صورت تمام کسرها برابر واهد:

$$\frac{1}{3 \times 6} + \frac{1}{6 \times 9} + \frac{1}{9 \times 12} + \dots + \frac{1}{21 \times 24}$$



حالت سوم) صورت کسرها برابر افتلاف اعداد ضرب شده در مخرج نباشد.

حالت چهارم) برای تبدیل شدن کسر به یکی از سه حالت قبل، لازم است تغییراتی در کسرها ایجاد کنیم.

$$\frac{2+4}{2 \times 3 \times 4} + \frac{4+6}{4 \times 5 \times 6} + \frac{6+8}{6 \times 7 \times 8} + \dots + \frac{18+20}{18 \times 19 \times 20}$$

کسره‌های تلسکوپی نوع دوم)

اگر بتوان صورت را به صورت حاصل جمع عوامل مخرج نوشت با کسر تلسکوپی نوع دوم مواجه هستیم. در عبارت های مربوط به کسره‌های نوع دوم غالباً علامت بین کسرها یک در میان منفی و مثبت می شود.

$$\frac{3}{1 \times 2} - \frac{5}{2 \times 3} + \frac{7}{3 \times 4} - \frac{9}{4 \times 5} + \dots + \frac{59}{29 \times 30}$$

$$\text{حاصل عبارت} \quad \frac{8}{1} + \frac{8}{1+2} + \frac{8}{1+2+3} + \dots + \frac{8}{1+2+3+\dots+1396}$$