



معادله خط: هر رابطه خطی بین دو متغیر، نشان دهنده یک معادله خط است. معادله خط بی شمار جواب دارد. (تمام نقاطی که روی خط قرار دارند جوابهای معادله خط هستند.)

رابطه خطی: رابطه ای است که در آن توان متغیرها، یک و ضرایب آن‌ها اعداد حقیقی باشند (البته همه ضرایب هم‌زمان صفر نمی‌شوند). که در این حالت با اتصال نقاط یک خط به دست می‌آید.

برای رسم هر خط و همین‌طور به دست آوردن معادله آن، داشتن دو نقطه از آن خط کفایت می‌کند.
مثال) خط گذرنده از نقاط زیر را رسم کنید.

(ب) مبدا و (۱و۲)

الف) (۳و۲) و (۳و۵)

ج) خطی که محور عرض‌ها را در نقطه ای به عرض ۳ قطع کند و از نقطه (۳و۲) بگذرد.

د) موازی محور طولها باشد و از نقطه (۳و۲) بگذرد.

شکل استاندارد معادله خط

$$y = ax + b$$

شیب خط: نسبت تغییر ارتفاع (عرض) به تغییر طول را شیب گویند. شیب خط نشان می‌دهد که مقدار افزایش یا کاهش عرض به ازای یک واحد

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

افزایش طول چقدر است.

عرض از مبدأ مقداری است که به ازای X مساوی صفر برای Y به دست می‌آید.

عرض از مبدأ محل تقاطع خط با محور عرض‌ها می‌باشد.

مثال) الف) ابتدا مشخص کنید کدامیک از روابط زیر معادله خط است و سپس شیب خطوط را بیابید. ب) عرض نقطه ای به طول ۱- را در هر

خط بیابید. ج) آیا این خطوط از نقطه (۱و۲-) عبور می‌کنند؟

$$\sqrt{2}x = \sqrt{2}y - \frac{3\sqrt{8}}{5}$$

$$3y = 2x - 1$$

$$\sqrt{8}x - \sqrt{2}y + 2 = 0$$

$$-y = 2 - x$$

$$y = x^2 + 1$$

$$2y + \sqrt{3} = 0$$

$$\sqrt{16}x - 4\sqrt{2} = 0$$

$$x = 0$$



تذکر: شیب خط زمانی ضریب X است که معادله به فرم استاندارد نوشته شده باشد. لذا دقت کنید که حتما ضریب Y برابر یک باشد و X در سمت دیگری قرار بگیرد در این صورت ضریب X نشان دهنده شیب خط می‌باشد.

نکته: خطوطی که شیب یکسان دارند با هم موازیند. این خطوط همدیگر را قطع نمی‌کنند. دستگاه معادلات خطی زمانی که نشان دهنده دو خط موازی باشد فاقد جواب است.

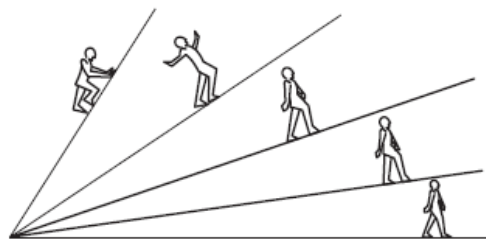
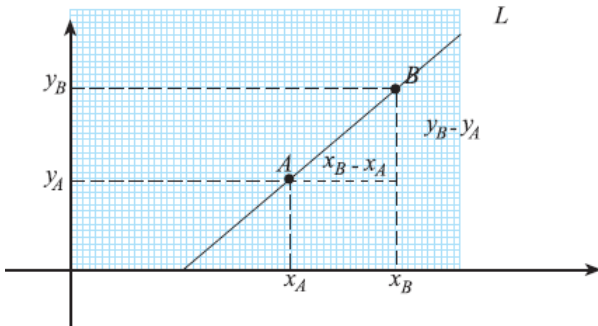
نکته: دو خط عمود بر هم دارای شیب قرینه و معکوس هم هستند.

معادله خطی که شیب آن a بوده و از نقطه (X_0, Y_0) می‌گذرد از رابطه زیر به دست می‌آید:

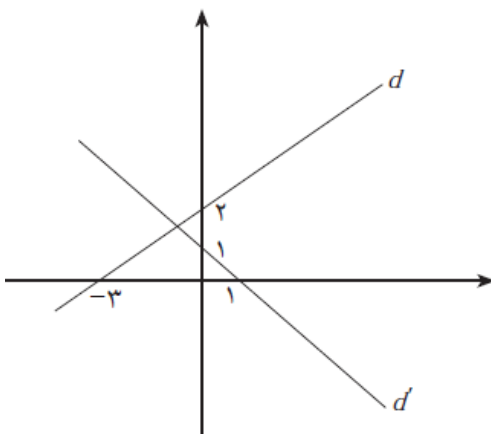
$$y - y_0 = a(x - x_0)$$

با داشتن مختصات دو نقطه از یک خط می‌توان معادله خط را به دست آورد.

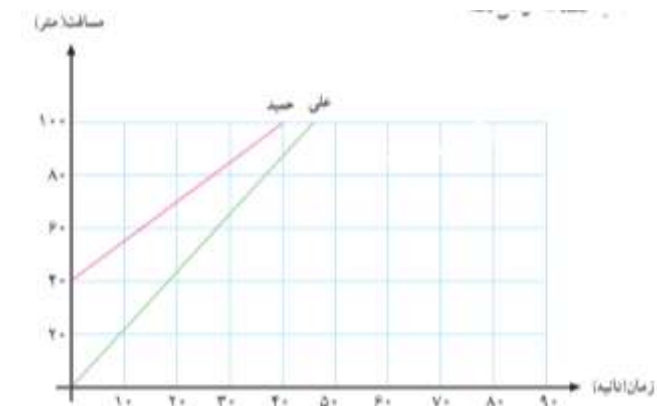
راه اول) به دست آوردن شیب خط و استفاده از یکی از نقاط
راه دوم) استفاده از فرمول (تناسب زیر)



معادله خطوط زیر را به دست آورید.



مثال) علی و برادر کوچک ترش حمید، با هم یک مسابقه دو ۱۰۰ متر دادند. الف) کدامیک زودتر به خط پایان رسیده است؟ ب) در نمودار



مسافت زمان شیب خط معرف کدام کمیت فیزیکی است؟

ج) سرعت هر یک چقدر است؟

د) معادله مسافت-زمان (جابجایی - زمان) علی و حمید را بنویسید.



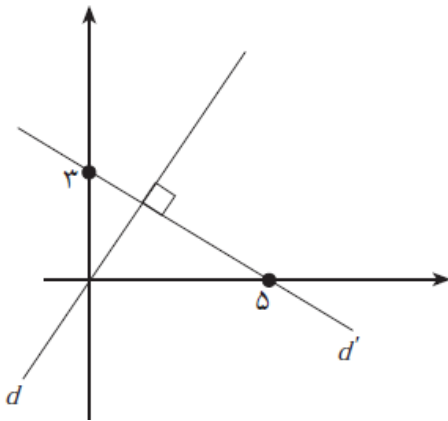
مثال) نردبانی به دیواری تکیه داده شده است. فاصله سرنردبان از سطح زمین ۱۰ متر است. فاصله پای نردبان تا دیوار چند متر باشد تا شیب نردبان چهارسوم شود؟

۴۵- زاویه‌ی بین یک خط با جهت مثبت محور طول‌ها زاویه‌ی تند است و عرض از مبدأ این خط مثبت است. این خط از کدام یک از نقاط زیر اصلاً عبور نمی‌کند؟

(الف) $\begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix}$ (ب) $\begin{bmatrix} -4 \\ -5 \end{bmatrix}$ (ج) $\begin{bmatrix} -4 \\ 5 \end{bmatrix}$ (د) $\begin{bmatrix} 4 \\ -5 \end{bmatrix}$

فاصله دو نقطه $A(x_1, y_1)$ و $B(x_2, y_2)$ یا همان طول پاره خط AB برابر است با:

مثال) معادله دو خط زیر را بیابید.



فاصله نقطه از خط: ابتدا می‌بایست معادله خط را به صورت $ax+by+c=0$ نوشت و سپس از فرمول زیر استفاده کرد:

$$MH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

تمرین: فاصله مبدا مختصات تا نیمساز ناحیه اول و سوم چقدر است؟

۱۴- اگر دو خط $y = (3a + 1)x - 4$ و $(2a + 4)x + 2y = 0$ موازی باشند. مقدار a کدام است؟

(۱) ۵ (۲) -۵ (۳) -۱ (۴) ۱

۱۷- مقدار a چقدر باشد تا عرض از مبدأ خط $a^2y + 4a^2y + 3ax - 4 = 0$ برابر ۲ باشد؟

(۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{4}{9}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{9}{4}$



حل دستگاه معادلات خطی (روش حذفی، روش جایگزینی) ⊗

۱۶- مسامت شکل حاصل از برافورد خطوط $y = 1$ و $4y - 3x = 6$ و $9 + 2x = 3y$ کدام گزینه است؟

- (۱) $\frac{10}{3}$ (۲) $\frac{5}{3}$ (۳) $\frac{13}{3}$ (۴) $\frac{26}{3}$

۴۷- معادله خطی که از محل تلاقی دو خط $y = 3x - 1$ و $y + x - 4 = 0$ و از مبدا مختصات می‌گذرد کدام است؟

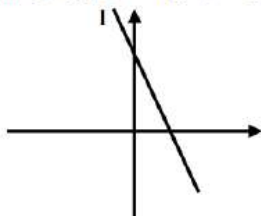
- الف) $y = -\frac{11}{5}x$ (ب) $y = -\frac{5}{11}x$ (ج) $y = \frac{5}{11}x$ (د) $y = \frac{11}{5}x$

۱۸- خط d از نقطه ای به طول -4 روی محور طول‌ها و از نقطه M روی محور عرض‌ها عبور می‌کند. اگر شیب خط d ، $-\frac{1}{3}$ باشد عرض

نقطه M کدام است؟

- (۱) 1 (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) -1 (۴) $\frac{1}{3}$

۲۰- اگر معادله خط l در دستگاه زیر به صورت $ax + b^2y = c$ باشد آنگاه a ، b و c کدام یک از گزینه‌های زیر می‌توانند باشند؟



(۱) $a = 1, b = 2, c = -10$

(۲) $a = 4, b = 2, c = 20$

(۳) $a = -1, b = -2, c = 10$

(۴) $a = 4, b = -2, c = -20$

۲۲- معادله خطی که از محل برافورد دو خط $3y - 4x = 3$ و $2y = -2x + 14$ بگذرد و عرض آن -3 باشد، کدام است؟

- (۱) $y = 2x - 3$ (۲) $2y - 3x = -6$ (۳) $y = x - 3$ (۴) $y = 4x - 3$



۱۹- اگر جواب دستگاه معادلات فطی مقابل، $\begin{bmatrix} ۳ \\ -۱ \end{bmatrix}$ باشد، حاصل $a - b$ کدام است؟

$$\begin{cases} ay - ۴x + ۱۵ = ۰ \\ y = ۳x + b \end{cases}$$

۷ (۱) ۱۳ (۲) -۷ (۳) -۱۰ (۴)

۱۹- فاصله محل تلاقی خطوط $y = ۲x + ۳$ و $y = x + ۳$ از مبدأ مختصات کدام است؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۶- اگر $A = \begin{bmatrix} ۲ \\ ۳ \end{bmatrix}$ محل تلاقی دو خط $mx + ۳y = -۳n + ۲$ و $nx + my = ۲m - ۴$ باشد، حاصل $m - n$ کدام است؟

۱ (۱) -۱ (۲) ۵ (۳) -۵ (۴)

۲۲- معادله فطی که از نقطه برخورد دو خط $۳x - y = ۱۰$ و $x + ۲y = ۱$ گذشته و با خط $۲x - y = ۳$ موازی باشد، کدام است؟

۱ (۱) $y = ۲x - ۱$ ۲ (۲) $y = -۲x$ ۳ (۳) $y = ۲x - ۷$ ۴ (۴) $y = -۲x + ۵$

۳۳- به ازای چند مقدار طبیعی x ، نمودار خط $y = ۳x + ۵$ پایین‌تر از خط $y = ۳x + ۵$ قرار می‌گیرد؟

۲ (الف) ۳ (ب) ۴ (ج) ۵ (د)

فاصله خط $۲y - ۲x = ۵$ از نیمساز ناحیه اول و سوم چقدر است؟

وضعیت هر یک از خطوط زیر را نسبت به هم مشخص کنید (موازی، منطبق یا متقاطع بودن)

$$x - y = ۳, \quad ۲x = ۲y + ۴$$

$$-۲y = x - ۱, \quad x = ۲y + ۱$$

$$۲y - ۳x + ۵ = ۰, \quad ۶x - ۴y = ۱۰$$

آیا سه نقطه $(۱, ۲)$ ، $(۲, ۱)$ و $(۴, -۱)$ بر روی یک خط راست قرار دارند؟