

قرینه یک عدد نسبت به عدد دیگر:

فاصله قرینه هر عدد تا مبدأ برابر است با فاصله آن عدد تا مبدأ. یعنی مبدأ مفصلت در سمت وسط دو عددی که قرینه هم هستند قرار گرفته است (ممل آینه). از این نکته می‌توان برای یافتن قرینه عدد نسبت به عددی غیر از صفر نیز استفاده کرد.

۱. قرینه عدد ۲- نسبت به ۴ چند است؟

۲. قرینه ۵- نسبت به چه عددی برابر ۱۳ است؟

۳. کوچکترین مقدار صمیع x به طوری که عبارت زیر عددی صمیع باشد، چند است؟

$$\frac{15}{x-1}$$

۴. نصف عددی از خودش بزرگتر است در این صورت

۵. کوچکترین عدد صمیع بزرگتر از ۹۰- که بر ۳ بخش پذیر باشد، چند است؟

۶. چند عدد وجود دارد که فاصله آن‌ها از ۷- دو برابر فاصله آن‌ها از ۲ باشد؟

اولویت انجام عملیات ریاضی :

(a) پرانتز؛ داخلی تر

(b) توان و جذر (توان بالاتر، جذر داخلی تر)

(c) ضرب و تقسیم (چپ به راست)

(d) جمع و تفریق

۱- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$-20 \div 2 \times 5 + 3(12 - 12 \times 2)$$

$$2 \times 6 \div 3 \div 2 \times 5$$

$$6 \times 2^3 - 2 \times 6^2$$

$$5^2 - (3^2 - 1^2) \times 2^2 \div 4^2$$

$$(4^2 - 2(4 - 3 \times 2^2) - 2 \times 2^2) \div (-3) =$$

$$(5^2 - 3^5)(3^2 - 2^3)^4 - 5^4$$

۲- حاصل ضرب سه عدد صحیح، منفی است. اگر حاصل جمع حاصل ضرب دو به دوی آن‌ها منفی باشد، از این سه عدد، چند عدد مثبت و چند عدد منفی است؟

در جمع‌هایی که مقدار ثابتی هر عدد با عدد قبلی فاصله دارد مثل جمع اعداد طبیعی از ۱ تا ۱۰۰:

$$1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100 =$$

سه گام ساده برای رسیدن به پاسخ داریم:

۱- حاصل جمع عدد اول و آخر

۲- تعداد اعداد برای به دست آوردن تعداد حاصل جمع‌ها

۳- مناسبه نصف حاصل ضرب گام‌های اول و آخر

برای مناسبه تعداد اعداد وقتی که یک مقدار ثابتی به هر عدد اضافه می‌شود کافی است از فرمول زیر استفاده کنیم:

مجموع اعداد طبیعی از ۱ تا n برابر است با:

مجموع n عدد فرد متوالی شروع از ۱:

مجموع n عدد فرد متوالی شروع از ۲:

$$۴ + ۷ + ۱۰ + \dots + ۱۲۴$$

$$-۴۳ - ۳۷ - ۳۱ - \dots + ۱۷۳ + ۱۷۹$$

$$-۳ + ۵ - ۷ + ۹ - ۱۱ + \dots + ۲۰۵ =$$

$$۱ - ۸ + ۳ - ۱۰ + ۵ - ۱۲ + \dots + ۴۰۱ - ۴۰۸$$

اعداد گویا: هر عددی که بتوان به صورت کسری بیان کرد که صورت و مخرج آن عدد صحیح بوده و مخرج کسر صفر نباشد یک عدد گویا است. در جمع و تفریق اعداد کسری باید ابتدا مخرج ها یکی شود و در ضرب کسرها تا جایی که امکان دارد ابتدا صورت و مخرج را ساده می‌کنیم بعد عمل ضرب را انجام می‌دهیم. در تقسیم کسرها نیز کسر بعد از تقسیم را معکوس کرده و تقسیم را به ضرب تبدیل می‌کنیم.

$$\frac{۵۲ + ۲۱۸}{۹۱ + ۲۱۸}$$

$$\frac{2 \times 5 \times 7 \times 11 + 7}{2 \times 5 \times 11}$$

$$\frac{373737}{37} \left(\frac{1}{37} + \frac{1}{13 \times 7} \right)$$

$$\frac{-12}{15} \times \frac{-11}{16} \times \dots \times \frac{6}{33}$$

$$\frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}{\frac{1}{3} - \frac{1}{4}} \times \frac{\frac{1}{4} - \frac{1}{5}}{\frac{1}{5} - \frac{1}{6}} \times \frac{\frac{1}{6} - \frac{1}{7}}{\frac{1}{7} - \frac{1}{8}} \times \dots \times \frac{\frac{1}{48} - \frac{1}{49}}{\frac{1}{49} - \frac{1}{50}}$$

هر کدام از عددهای x و y از یک بزرگ‌ترند. کدام کسر از بقیه بزرگ‌تر است؟
 (مسابقات جهانی ریاضی)

(ه) $\frac{2x}{3y+1}$

(د) $\frac{2x}{2y-1}$

(ج) $\frac{2x}{2y+1}$

(ب) $\frac{x}{y-1}$

(الف) $\frac{x}{y+1}$

این اعداد از کوچک به بزرگ (از چپ به راست) مرتب شده‌اند: $\frac{1}{3}; a; b; \frac{1}{7}$ فاصله‌ی هر دو عدد متوالی یکسان است.

(المپیاد ریاضی + تیزهوشان)

مقدار b کدام است؟

(ه) $\frac{1}{4}$

(د) $\frac{5}{6}$

(ج) $\frac{4}{9}$

(ب) $\frac{7}{18}$

(الف) $\frac{5}{12}$

(المعیار ریاضی)

هر گاه $\frac{a}{b} = \frac{1}{2}$ و $\frac{c}{a} = \frac{4}{3}$ ، آن گاه $\frac{b}{c}$ برابر است با:

الف) ۱

ب) $\frac{5}{6}$

ج) $\frac{3}{2}$

د) $\frac{3}{8}$

ه) ۱

کسر تمویل ناپذیر: کسری که ب.م.م صورت و مخرج آن برابر یک باشد. (دیگه نشه سادش کرد)

نکته تکمیلی) فقط اعداد اعشاری مفتوم و متناوب جز اعداد گویا هستند.

کسر مولد عدد اعشاری مفتوم: اگر مخرج کسر تمویل ناپذیر فقط شامل شمارنده‌های اول ۲ یا ۵ باشد.

تبدیل عدد اعشاری به کسر: کل عدد را بدون اعشار در صورت نوشته، سپس در مخرج عدد یک که جلو آن به

تعداد ارقام بعد اعشار صفر وجود دارد می‌نویسیم. مثلا $\frac{۲۱}{۳۱۴۵}$ برابر است با

تبدیل کسر به عدد اعشاری: می‌دونیم ۲ پنج تا میشه ۱۰ تا پس باید کاری کنیم که هیچ ۲ و ۵ مجردی در مخرج

وجود نداشته باشه!

کسر مولد عدد اعشاری متناوب ساده: اگر مخرج کسر تمویل ناپذیر فاقد شمارنده‌های اول ۲ یا ۵ باشد.

تبدیل کسر به عدد اعشاری: باید تقسیم کنیم تا به تکرار ارقام برسیم بعدش روی ارقامی که بعد اعشار داره

تکرار میشه به فط میذاریم. به این فط دوره گردش رو نشون میده.

تبدیل عدد اعشاری به کسر:

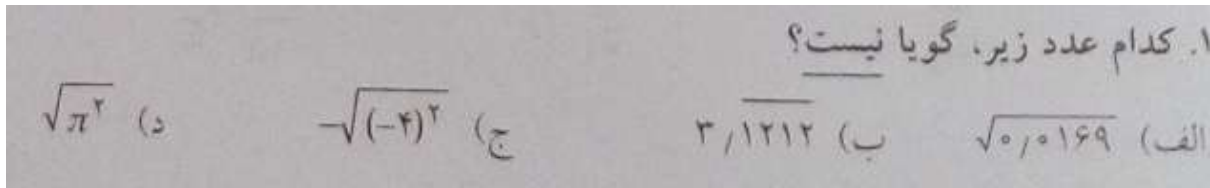
کسر مولد عدد اعشاری متناوب مرکب: اگر مخرج کسر تمویل ناپذیر شامل شمارنده‌های اول ۲ یا ۵ و حداقل

یک عدد اول دیگر باشد.

تبدیل کسر به عدد اعشاری: مثل عدد اعشاری متناوب ساده.

تبدیل عدد اعشاری به کسر:

نکته) عددهای طبیعی، مساب و صمیع جزء اعداد گویا ممسوب می شونء.



۱۷۴. کسر مولء عدد اعشاری $0.\overline{71532}$ برابر است با:

د) $\frac{71532}{9900}$

ج) $\frac{71532}{99000}$

ب) $\frac{70817}{99000}$

الف) $\frac{715}{99}$

کسرهائ مسلسلئ: در این کسرها بایستی از کوچکترین فط کسری مماسبات را آغاز نموء. استفاده از تعریف معکوس یک عدد در دستیابی سریعتر به پاسف راهگشاست.

$$4 + \frac{1}{3 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1}}}$$

$$1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4 + \frac{1}{5 + \frac{1}{6}}}}}$$

کسرهای تلسکوپی: ساده سازی مجموعی از تعدادی کسر از طریق تبدیل هر کسر به تفاضل دو کسر دیگر.

کلید بحث:

با استفاده از این نکته ساده بسیاری از حاصل جمع های نظام مند در دسته کسرهای تلسکوپی قرار می گیرند.

حالت اول) صورت تمام کسرها برابر افتلاف مخرج کسرها باشد.

$$\frac{2}{3 \times 5} + \frac{2}{5 \times 7} + \frac{2}{7 \times 9} + \dots + \frac{2}{49 \times 51}$$

حالت دوم) افتلاف حاصل ضربهای مخرج کسرها مقدار ثابتی که بیشتر از یک است و صورت تمام کسرها برابر

واحد:

$$\frac{1}{3 \times 6} + \frac{1}{6 \times 9} + \frac{1}{9 \times 12} + \dots + \frac{1}{21 \times 24}$$

حالت سوم) صورت کسرها برابر افتلاف اعداد ضرب شده در مخرج نباشند.

حالت چهارم) برای تبدیل شدن کسر به یکی از سه حالت قبل، لازم است تغییراتی در کسرها ایجاد کنیم.

$$\frac{2+4}{2 \times 3 \times 4} + \frac{4+6}{4 \times 5 \times 6} + \frac{6+8}{6 \times 7 \times 8} + \dots + \frac{18+20}{18 \times 19 \times 20}$$

کسرهای تلسکوپی نوع دوم)

اگر بتوان صورت را به صورت حاصل جمع عوامل مفرج نوشت با کسر تلسکوپی نوع دوم مواجه هستیم. در عبارت های مربوط به کسرهای نوع دوم غالباً علامت بین کسرها یک در میان منفی و مثبت می شود.

$$\frac{3}{1 \times 2} - \frac{5}{2 \times 3} + \frac{7}{3 \times 4} - \frac{9}{4 \times 5} + \dots + \frac{59}{29 \times 30}$$

حاصل عبارت $\frac{8}{1} + \frac{8}{1+2} + \frac{8}{1+2+3} + \dots + \frac{8}{1+2+3+\dots+1396}$ قدر است؟

با طنابی یک مربع ساخته ایم. طناب را باز می کنیم و با آن یک مستطیل می سازیم که یکی از اضلاع آن دوسوم ضلع مربع است. اندازه ضلع دیگر مستطیل چند برابر ضلع مربع است؟